

Movimento circular uniforme (MCU) - Período e frequência - Grandezas angulares -  
Transmissão de movimento circular (polias/engrenagens).  
"ATENÇÃO", este material é referente ao conteúdo da P1 - outubro 2010

1º E.M.  
Módulo 07

### DEFINIÇÃO

Um movimento é circular em relação a um certo referencial quando sua trajetória nesse referencial é uma circunferência ou um arco de circunferência; ele é uniforme quando sua velocidade (escalar) é constante.

Pode parecer que não, mas é um movimento bastante corriqueiro: ele está presente por exemplo num carrossel que gira em seu próprio eixo, leva sempre o mesmo intervalo de tempo para dar uma volta completa.

### MOVIMENTO PERIÓDICO

Quando se executa um movimento circular com velocidade constante, é fácil perceber que uma partícula sempre completará uma volta no mesmo intervalo de tempo.

Assim, esse movimento é classificado como movimento periódico.

O movimento periódico é analisado por duas grandezas que são o PERÍODO (T) e a FREQUÊNCIA (f).

Período é o tempo que o móvel leva para completar uma volta.

Frequência é o número de voltas completadas em um determinado intervalo de tempo.

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

### RELAÇÃO ENTRE PERÍODO E FREQUÊNCIA

Se o móvel executar uma volta, teremos  $n = 1$ , e o intervalo de tempo para isso será o período, T.

$$f = \frac{1}{T}$$

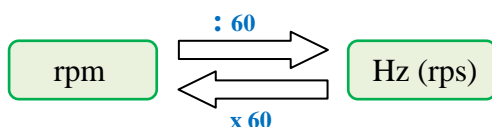
"A frequência é o inverso do período."

O período T é medido em qualquer unidade de tempo:  
s (segundo); min (minuto); h (hora).

A frequência f usualmente é medida em rps (rotações por segundos, também chamada de cps = ciclos por segundos) ela é denominada Hz (hertz).

Em muitos exercícios você encontrará a frequência em rpm (rotações por minuto)

### TRANSFORMAÇÃO ENTRE UNIDADES DE FREQUÊNCIA



Você ainda vai deparar com algumas representações especiais de unidades de frequência, veja:

KHz (quilohertz) =  $10^3$  Hz

MHz (megahertz) =  $10^6$  Hz

OPS!!! Coloque mais uma na sua coleção:  $1\text{Hz} = \text{s}^{-1}$

### EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

A.01. Efetue as seguintes transformações de unidades:

- 2,5Hz em rpm
- 300 rpm em Hz
- 0,075 kH em Hz
- 0,00021 MHz em Hz
- 50Hz em kHz
- 800kHz em MHz

A.02. Um determinado fenômeno periódico repete-se 25 vezes em 50s. Determine:

- a frequência de ocorrência;
- o período do fenômeno.

A.03. Uma roda gira à razão de 300 rpm. Qual é a frequência do movimento dessa roda em hertz e qual o seu período em segundos?

A.04. Um motor executa 3.000 rotações por minuto. Determine sua frequência em hertz e seu período em segundos.

A.05. Uma partícula, em MCU, demora 1 min para percorrer  $\frac{1}{4}$  de volta.

Determine sua frequência em rpm e seu período em segundos.

A.06. Durante 24h, um satélite artificial completa 12 voltas em torno da Terra. Qual o período em horas, do movimento do satélite em torno da Terra?

### TESTES DE VESTIBULARES

v.01.(UFRS) Um corpo em MCU completa 20 voltas em 10s.

O período (em s) e a frequência (em  $\text{s}^{-1}$ ) do movimento são, respectivamente:

- 0,5 e 2
- 2 e 0,5
- 0,5 e 5
- 10 e 20
- 20 e 2

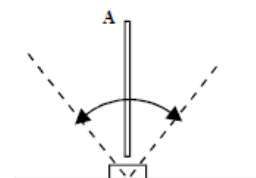
v.02.(UNIFOR-CE) Um carrossel gira uniformemente, efetuando uma rotação completa a cada 4,0s. Cada cavalo executa MCU com frequência em r.p.s. igual a:

- 8,0
- 4,0
- 2,0
- 0,5
- 0,25

v.03. (UF-ES) Um limpador de pára-brisa, quando acionado, passa 80 vezes por minuto na posição central A indicada na figura.

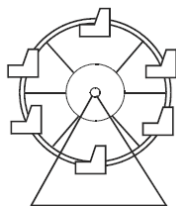
O período desse movimento, em segundos, é:

- 2/3
- 3/4
- 4/3
- 3/2
- 2



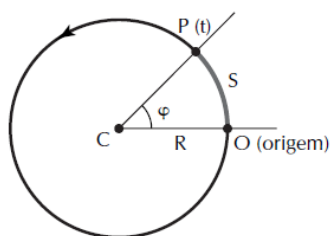
v.04. (PUC/2002) A roda gigante da figura executa 6 voltas por minuto. Podemos dizer que seu período, em segundos, e sua frequência, em hertz, são, respectivamente:

- a) 10; 10  
b) 0,1; 10  
c) 6; 0,1  
d) 10; 6  
e) 10; 0,1



### ESPAÇO ANGULAR

Consideremos um móvel em trajetória circular de raio  $R$  e centro  $C$ , orientada no sentido anti-horário, por exemplo.



Observe que,  $O$  é a origem dos espaços e  $P$ , a posição do móvel num instante  $t$ .

O espaço angular  $\varphi$  é o ângulo de vértice  $C$  que se relaciona ao arco de trajetória  $OP$ . Sendo o arco  $OP$  o espaço  $S$ , o ângulo  $\varphi$  em radianos é dado por:

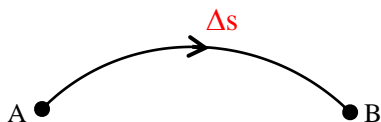
$$s = \varphi \cdot R$$

Para que seja possível determinar a posição do móvel ao longo da trajetória indicada, utilizaremos o espaço  $S$  ou o espaço angular  $\varphi$ .

No SI, a unidade de medida de ângulos é o radiano (rad).

### VELOCIDADE ANGULAR NO M.C.U.

Considere um móvel que, em seu movimento, descreve uma curva circular com velocidade constante percorrendo o arco  $AB$ , abaixo:



Quando o móvel percorre o arco  $AB$ , ele sofre um deslocamento  $\Delta s$  (linear, é o comprimento do arco).

Sua velocidade linear, por ser constante, é determinada com a equação da velocidade média:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Agora, se você observar atentamente esse movimento, será possível perceber que, quando o móvel percorre o arco  $AB$ , além de sofrer o deslocamento  $\Delta s$ , ele também varre um ângulo  $\Delta \varphi$ .

## O MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

No MCU, o período é o intervalo de tempo necessário para que o corpo execute uma volta completa.

Quando um móvel executa um movimento curvilíneo ou circular também deve se considerar uma segunda velocidade que não aparece nos movimentos retilíneos.

Essa velocidade é a **velocidade angular**  $\omega$  e ela está ligada ao **movimento de rotação**.

O cálculo da velocidade angular é muito parecido ao da velocidade linear, mas, nesse caso, em vez de usarmos o  $\Delta s$ , usaremos o  $\Delta \varphi$ .

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

A velocidade angular relaciona-se com o período por meio da fórmula:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Como  $f = 1/T$ , temos que

$$\omega = 2\pi f$$

A velocidade linear e a velocidade angular se relacionam por uma das expressões mais importantes do movimento circular:

Onde  $R$  é o raio da trajetória.

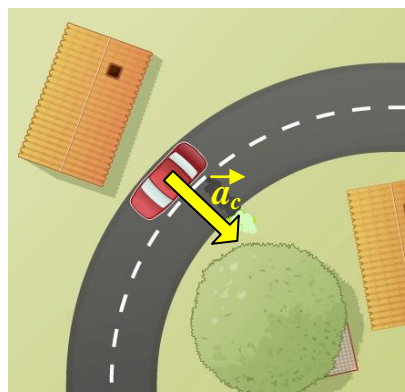
$$v = \omega \cdot R$$

$$v = 2\pi R f$$

### A ACELERAÇÃO CENTRÍPETA

É a aceleração responsável pela mudança da direção da velocidade tangencial da curva. Ela também é denominada "aceleração normal" ou "aceleração radial."

Pela figura abaixo note que ela aponta para o centro da curva, daí a sua denominação!



O módulo (ou intensidade) dessa aceleração é calculado por uma das fórmulas:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2 R$$

Sua unidade é dada no S.I. em  $m/s^2$

## EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

**A.07.** Uma partícula descreve um MCU de período 2s sobre uma circunferência de raio 10cm. Pede-se:

- a frequência do movimento;
- a velocidade angular;
- a velocidade linear.

**A.08.** Um corpo executa um MCU com 2000 rps. Qual é a velocidade angular do corpo, em graus/s?

**A.09.** Uma partícula descreve um MCU com velocidade escalar de 5,0m/s. Sendo o raio da circunferência  $R = 2,0\text{m}$ , determine:

- a velocidade angular;
- o módulo da aceleração centrípeta.

**A.10.** Uma partícula descreve um MCU com velocidade escalar  $v = 4 \text{ m/s}$ . Sendo  $R = 2 \text{ m}$  o raio da circunferência, determine a sua aceleração centrípeta.

### TESTES DE VESTIBULARES

**v.05.** (FEI-SP) Um trem com velocidade constante  $V = 72 \text{ km/h}$  faz uma curva no plano horizontal com 500 m de raio.

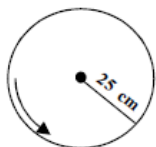
Qual é o módulo da aceleração total (aceleração centrípeta)

do trem ?

- $1,0 \text{ m/s}^2$
- $0,8 \text{ m/s}^2$**
- $0,5 \text{ m/s}^2$
- $0,4 \text{ m/s}^2$
- $0 \text{ m/s}^2$

**v.06.** (PUC-RJ) Uma correia passa sobre uma roda de 25 cm de raio, como mostra a figura. Se um ponto da correia tem velocidade 5,0 m/s, a frequência de rotação da roda é aproximadamente:

- 32 Hz
- 2 Hz
- 0,8 Hz
- 0,2 Hz
- $3,2 \text{ Hz}$**



**v.07.** (VUNESP) Um farol marítimo projeta um fecho de luz contínuo, enquanto gira em torno do seu eixo à razão de 10 rotações por minuto.

Um navio com o costado perpendicular ao fecho está parado a 6,0 km do farol. Com que velocidade um raio luminoso varre o costado do navio?

- 60 m/s
- 60 km/s
- $6,3 \text{ km/s}$**
- 630 m/s
- 1,0 km/s

## TRANSMISSÃO DE MOVIMENTOS (POLIAS ACOPLADAS)

É muito comum vermos transmissões de movimento de uma roda (polia) para outra em vários tipos de máquinas. A ligação dessas rodas pode ser feita por contato (engrenagens dentadas) ou por correias.

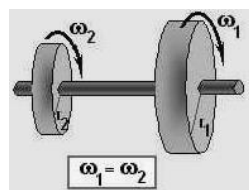
Em ambas as situações, os pontos na periferia das rodas têm a mesma velocidade escalar. Sendo  $R_A$  e  $R_B$  os raios das rodas A e B e  $\omega_A$  e  $\omega_B$  suas velocidades angulares, respectivamente, podemos estabelecer as seguintes relações:

### 1º TIPO

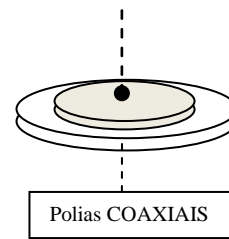


$$f_A \cdot R_A = f_B \cdot R_B$$

### 2º TIPO



$$\omega_1 = \omega_2$$



Polias COAXIAIS

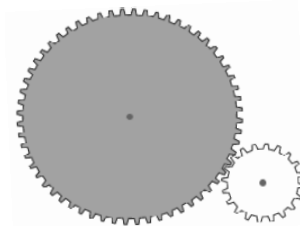
$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

## EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

**A.11.** Duas rodas denteadas de raios  $R_A = 50 \text{ cm}$  e  $R_B = 20 \text{ cm}$ , engrenadas uma a outra, giram com frequências  $f_A = 2 \text{ Hz}$  e  $f_B$ .

Calcule:

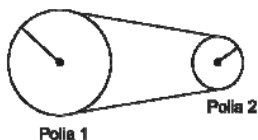
- a frequência da roda B (menor).



- a velocidade linear ( $v$ ) da roda B (menor).

- o período de cada uma delas

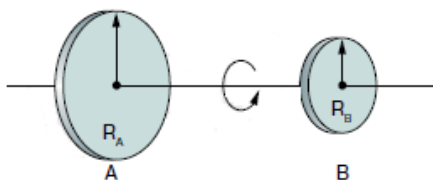
**A.12. (UEPG PR/2008)** Duas polias, de raios  $R_1$  e  $R_2$ , acopladas por meio de uma correia inextensível que não desliza em relação a elas, executam um movimento circular uniforme. Considerando  $R_1 = 2R_2$ ,  $w$  = velocidade angular,  $v$  = velocidade escalar,  $a_c$  = aceleração centrípeta, e  $T$  = período de rotação.



Assinale o que for correto a respeito deste evento:

01. O valor da velocidade angular da polia 1 é a metade do valor da velocidade angular da polia 2 ( $w_2 = 2w_1$ ).
02. O valor da aceleração centrípeta da polia 1 é a metade do valor da aceleração centrípeta da polia 2 ( $a_{c2} = 2a_{c1}$ ).
04. O valor do período de rotação da polia 1 é a metade do valor do período de rotação da polia 2 ( $T_2 = 2T_1$ ).
08. As velocidades escalares das duas polias têm os mesmos valores ( $v_1 = v_2$ ).

**A.13.** As polias indicadas na figura se movimentam em rotação uniforme, ligadas por um eixo fixo.

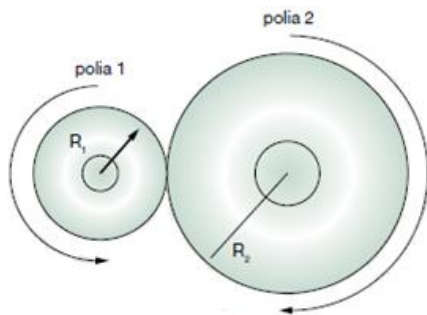


Sabendo que a velocidade angular da polia A é  $8\pi$  rad/s e que  $R_A = 80$  cm e  $R_B = 40$  cm, calcule:

- a) a velocidade escalar de um ponto da periferia da polia B;
- b) a aceleração centrípeta de um ponto da periferia da polia A.

### TESTES DE VESTIBULARES

**v.08. (Uespi-PI)** A figura ilustra duas polias de raios  $R_1 = 0,1$  m e  $R_2 = 0,3$  m que giram em sentidos opostos. Sabe-se que não há escorregamento na região de contato entre as polias. A polia 1 gira com frequência  $f_1 = 600$  Hz. Nessas circunstâncias, qual é a frequência  $f_2$  de rotação da polia 2?



- a) 100 Hz                      b) 300 Hz                      c) 1 800 Hz
- d) 200 Hz                      e) 600 Hz

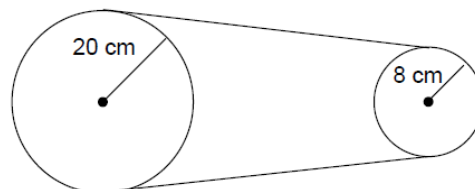
**v.09. (CEFET-PR)** Um ciclista pedala sua bicicleta fazendo com que a engrenagem maior, de 10 cm de raio, situada junto ao pedal, gire com uma frequência de  $4/3$  Hz. A engrenagem menor, ligada à maior por uma corrente, tem raio de 4 cm e está presa à roda traseira com raio de 35 cm. A velocidade de translação com que a bicicleta se movimenta vale, aproximadamente:

- a) 44 km/h
- b) 31 km/h
- c) 26 km/h
- d) 23 km/h
- e) 17,5 km/h

**v.10.** Duas polias, ligadas por uma correia, executam movimentos circulares solidários e seus raios medem 20 cm e 8,0 cm, respectivamente.

Sabendo-se que a polia maior completa 4 voltas a cada segundo, o número de voltas que a menor completara nesse mesmo intervalo de tempo é:

- a) 0,5
- b) 2
- c) 5
- d) 10
- e) 16



### GABARITO

#### EXERCÍCIOS DE ASSIMILAÇÃO

01. a) 150 b) 5 c) 750 d) 210 e) 0,05 f) 0,8
02. a) 0,5Hz b) 2Hz 03. a) 5Hz b) 0,2s 04. 50Hz e 0,02s
05. 240s e 0,25r.p.m. 06. 2h 07. a) 0,5Hz b)  $\pi$  rad/s c)  $10\pi$  m/s
08.  $\omega = 72.000$  graus/s 09. 2,5 rad/s b)  $12,5\text{m/s}^2$  10.  $8\text{m/s}^2$
11. a) 5Hz b)  $2\pi\text{m/s}$  c)  $T_A = 0,5\text{s}$  e  $T_B = 0,2\text{s}$  12. Soma = 11
13. a)  $320\pi$  cm/s b)  $5 120\pi^2$  cm/s<sup>2</sup>

#### TESTES DE VESTIBULARES

- V.01.a    v.02.e    v.03.d    v.04.e    v.05.b    v.06.e
- v.07.c    v.08.d    v.09.c    v.10.d